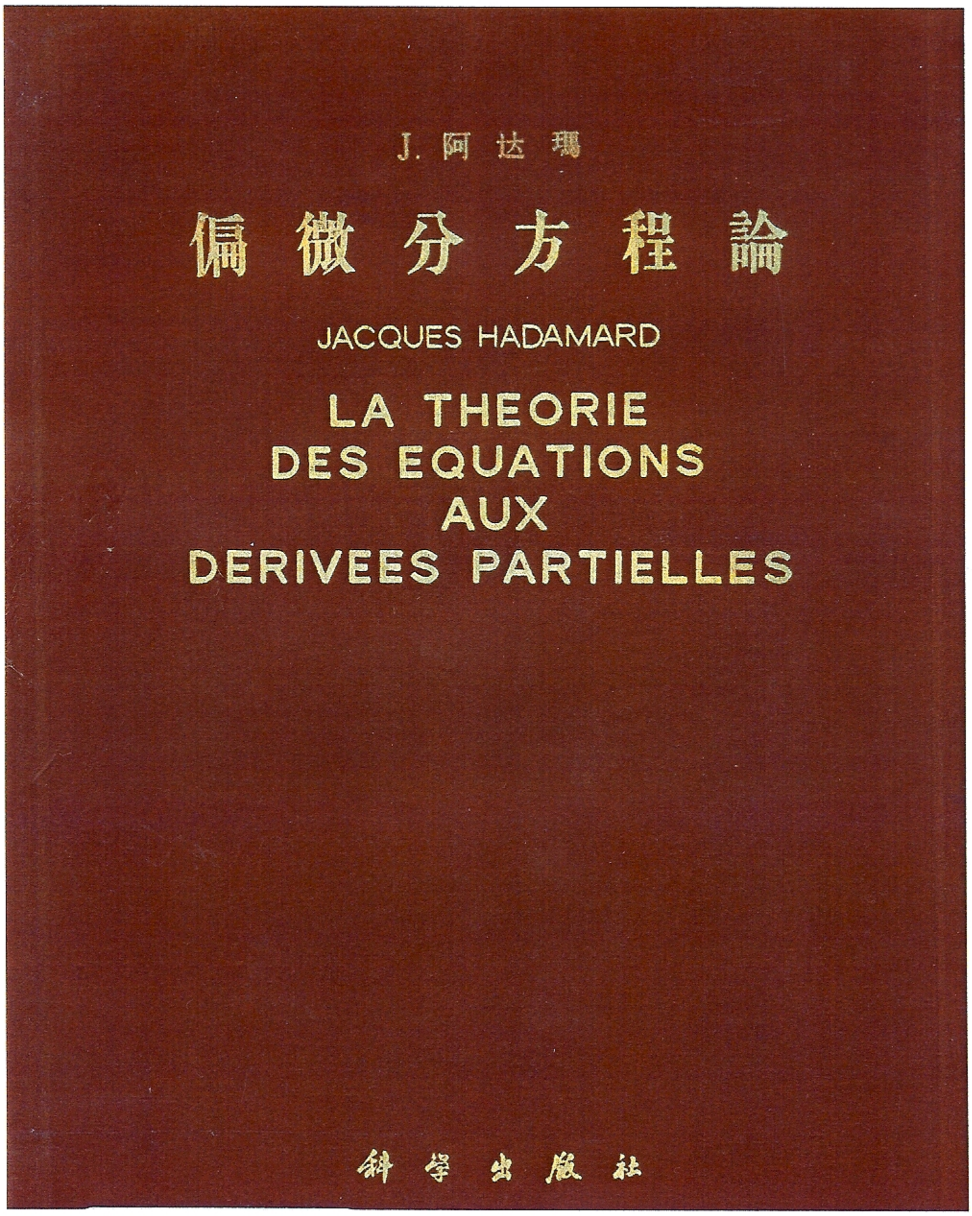

J. 阿达瑪
偏微分方程論
JACQUES HADAMARD
LA THEORIE
DES EQUATIONS
AUX
DERIVEES PARTIELLES
科学出版社

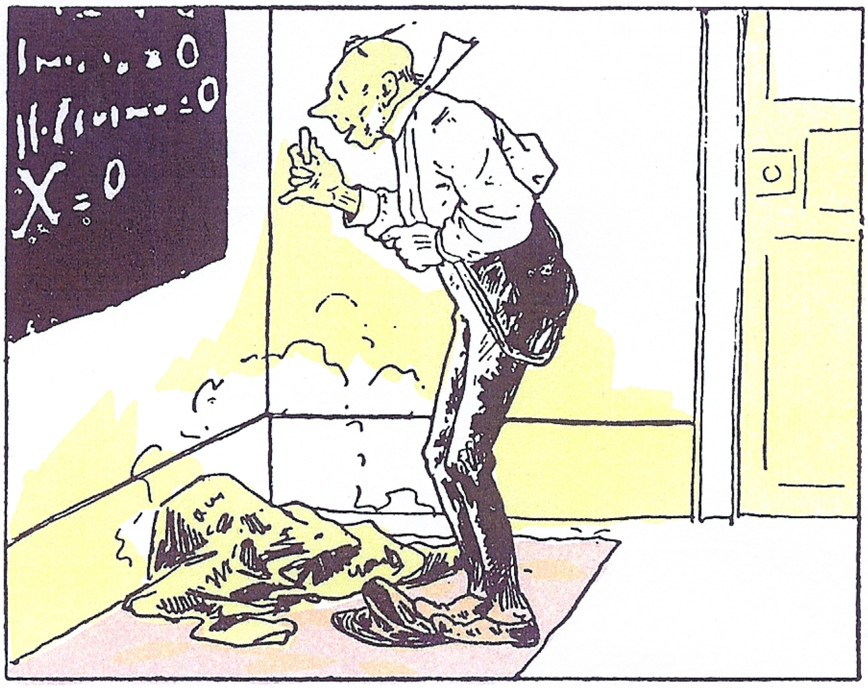
Jacques HADAMARD

Il fut l'un des plus illustres mathématiciens français ; né le 8 décembre 1865, il disparaît le 17 octobre 1963, après une existence immensément riche et féconde.
Reçu premier à l'Ecole Normale Supérieure, il obtient l'agrégation en 1887 et est nommé quelques années plus tard maître de conférences à la Sorbonne. Par la suite, il sera professeur au Collège de France, à l'École Polytechnique et membre de l'Académie des Sciences. Dans de nombreux domaines des mathématiques , la contribution d'Hadamard a été majeure, en particulier en analyse fonctionnelle, en physique mathématique et en analyse complexe. La démonstration du Théorème des nombres premiers qu'il élabora en 1896, parallèlement à Charles de La VALLÉE POUSSIN, établit durablement sa notoriété.

Le nombre $\pi(x)$ de nombres premiers inférieurs ou égaux à x est équivalent à $\dfrac{x}{\ln x}$ quand x tend vers en $+\infty$.

Dans les années 20, le séminaire organisé par Hadamard était très prisé des jeunes mathématiciens parmi lesquels se trouvaient André Weil, Szolem Mandelbrojt (oncle de Benoît) et bien d'autres : les fondateurs de *Bourbaki* organiseront sur son modèle leurs séances de travail à partir de 1934.

Parmi les œuvres de J. Hadamard, on retient souvent l'ouvrage *Leçons d'analyse fonctionnelle*, qui publié en 1910, est considéré comme une étape fondatrice de cette théorie appelée à d'importants prolongements au cours du XX ième siècle avec notamment la *Théorie des distributions*, développée par Laurent Schwartz en 1944 et pour laquelle celui-ci obtiendra en 1950, la médaille Fields.
Enfin, à en croire la légende, le dessinateur Christophe se serait très largement inspiré de J. Hadamard pour fixer les traits du savant Cosinus, célèbre pour sa distraction ; il contribua ainsi à la mémoire d'un mathématicien généreux et fécond tant par ses découvertes propres que par les nombreuses vocations qu'il a suscitées.

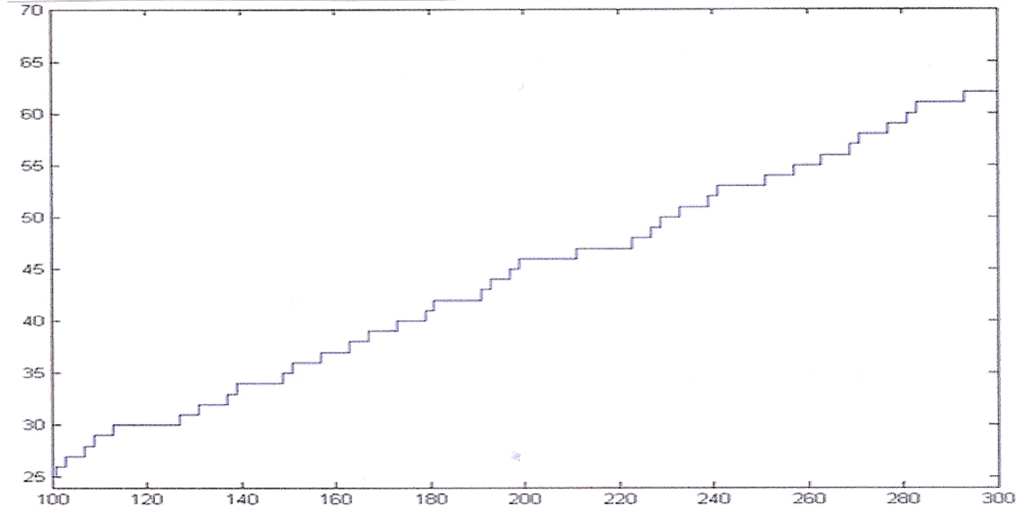


A trois heures et demie, le docteur découvre la valeur de x, l'inconnue cherchée; ce qui lui cause une joie sans mélange. — Nous prions les esprits superficiels de s'abstenir de toute réflexion sur la valeur de x, et de ne point prétendre que Zéphyrin a beaucoup travaillé pour peu de chose.

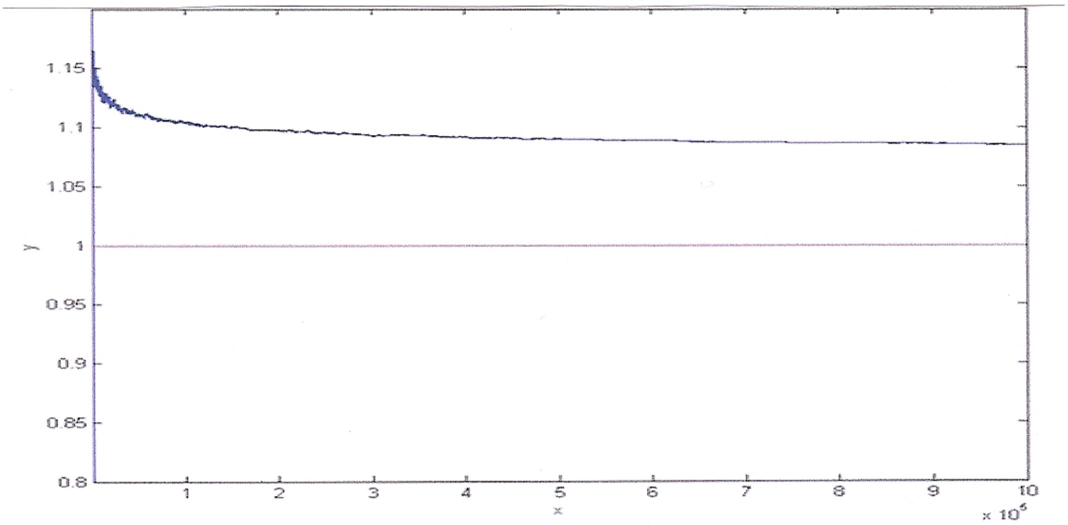
HADAMARD et les nombres premiers

La découverte d'un équivalent de $\pi(x)$, nombre de nombres premiers inférieurs ou égaux à x, sous la forme $\dfrac{x}{\ln x}$, quand x tend vers $+\infty$, revient à Gauss dans les années 1790, mais il fallut attendre 1896 pour que la démonstration en soit établie par Hadamard grâce à la théorie des fonctions analytiques.

La courbe qui suit est celle de la fonction π pour des valeurs de x variant de 100 à 300.



La courbe qui suit est celle de la fonction donnant en fonction de x, le quotient de $\pi(x)$ par $\dfrac{x}{\ln x}$ pour des valeurs de x entre 2 et 10^6.



Certes, on constate que ce quotient est proche de l'unité, mais pas autant que l'on pouvait l' espérer. Déjà du temps de Gauss l'approximation de $\pi(x)$ par $\dfrac{x}{\ln x}$ était jugée peu satisfaisante. Legendre proposa une amélioration sous la forme $\dfrac{x}{\ln x - 1.08366}$, en vain, celle-ci s'éloigne de $\pi(x)$ pour les très grandes valeurs de x.

Le logarithmique intégral, défini par $Li(x) = \displaystyle\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ est désormais au centre des tentatives d'amélioration de l'approximation de $\pi(x)$. Si en 1949, Atle Selberg et Paul Erdos donnent une démonstration du théorème des nombres premiers libérée de l'analyse complexe utilisée par Hadamard, la plupart des tentatives d'amélioration ramènent à la fonction ζ de Riemann, fonction de la variable complexe définie par $\zeta(z) = \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^z}$ et à la conjecture de Riemann :

Les zéros non triviaux de la fonction ζ sont tous sur la droite du plan complexe d'équation $x = \frac{1}{2}$

Problème qui reste ouvert à ce jour.